

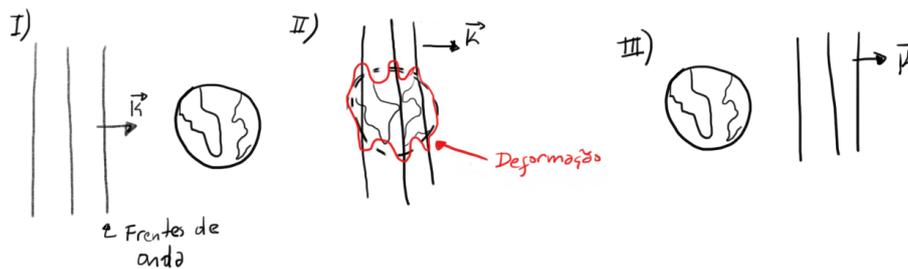
# Física básica aplicada a ondas gravitacionais

Prof. Ivan Guilhon

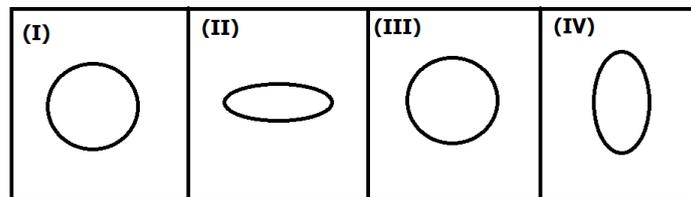
20 de Abril de 2017

A existência de ondas gravitacionais foi um fenômeno previsto pela teoria da relatividade geral de Albert Einstein em 1916. No entanto, devido a limitações tecnológicas, todas as tentativas de detectá-las falharam por cerca de 100 anos. No segundo semestre de 2015, houve a primeira detecção de ondas gravitacionais. Os dados foram rigorosamente revisados e validados até que não restassem dúvidas a respeito da detecção do sinal. A notícia foi divulgada em Fevereiro de 2016 e a novidade foi divulgada à comunidade científica internacional. Como uma homenagem a esse magnífico evento da Física, responda às questões que seguem.

1. Essas ondas transmitem perturbações na métrica de espaço-tempo. De maneira intuitiva, podemos imaginar que essas ondas transmitem contrações/elongações do próprio espaço causadas por certos eventos astronômicos de grandes proporções. A figura a seguir ilustra de maneira exagerada uma onda plana gravitacional atravessando a Terra e provocando uma deformação no seu formato.



Supondo que o vetor de propagação  $k$  de uma onda gravitacional esteja orientado no eixo  $x$ . Um anel circular é posicionado no plano  $yz$  e observa-se o perfil de distorção ilustrado diagrama a seguir. Os instantes de (I) a (IV) correspondem aos instantes  $t = 0, T/4, T/2, 3T/4$ , em que  $T$  representa o período da onda incidente.



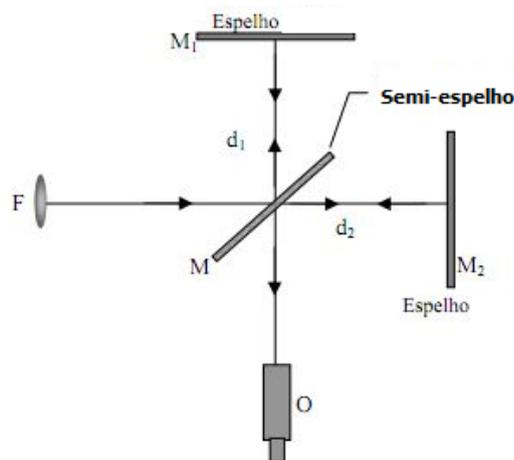
Com base nas informações fornecidas julgue as afirmações a seguir:

- i) As ondas gravitacionais podem ser classificadas como ondas longitudinais;
- ii) Apenas ondas transversais admitem polarização;
- iii) Existe mais de um tipo de polarização para ondas gravitacionais.

Estão corretas apenas as afirmações:

- a) i;
- b) ii;

- c) iii;  
 d) ii e iii;  
 e) Todas as afirmações estão corretas.
2. Os sinais de radiação gravitacional foram detectados em dois laboratórios nos Estados Unidos, um no estado de Washington (ao Noroeste dos EUA) e o outro no estado da Louisiana (ao Sudeste dos EUA), distantes um do outro de cerca de 3000 km. A previsão original de Einstein previa que as ondas gravitacionais viajavam com velocidade  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s. Verificou-se que existe uma defasagem de 7 ms entre a detecção entre os dois laboratórios (primeiro em Louisiana e depois em Washington). Com base nas informações fornecidas e em seus conhecimentos, assinale a alternativa correta.
- a) A estimativa da velocidade das ondas gravitacionais precisou ser corrigida, pois elas viajam com  $v = 4,1 \cdot 10^8$  m/s, ou seja, mais rápido que a luz.  
 b) A velocidade de propagação da onda é igual a da luz. Porém, a medida de um valor maior é decorrente do efeito relativístico da dilatação do tempo.  
 c) A velocidade de propagação da onda é igual a da luz. Porém, a medida de um valor maior é decorrente do efeito relativístico de contração do espaço.  
 d) A onda gravitacional se propaga com a velocidade da luz, mas a frente de onda faz um ângulo de  $\theta = \arcsen(0,73)$  com o seguimento de reta que une os dois detectores. Dessa forma é possível determinar a origem da onda.  
 e) A onda gravitacional se propaga com a velocidade da luz, mas a frente de onda faz um ângulo de  $\theta = \arcsen(0,73)$  com o seguimento de reta que une os dois detectores. Apesar disso, não é possível determinar a origem da onda.
3. As ondas gravitacionais foram detectadas pelo Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferômetro Laser do projeto de pesquisa LIGO (do inglês, *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*). O princípio de funcionamento dos experimentos realizados pode ser compreendido através de um interferômetro de dois braços, como o ilustrado na figura a seguir.



Uma fonte de luz coerente LASER incide sobre um semi-espelho e divide-se em dois feixes que percorrem braços de caminhos ópticos  $d_1$  e  $d_2$ .

- a) Considere que a onda gravitacional incide perpendicularmente ao interferômetro de tal forma que os comprimentos dos braços dos interferômetros com o passar do tempo podem ser descritos pelas seguintes equações

$$d_1 = d_0(1 + \varepsilon \cdot \cos \omega t)$$

e

$$d_2 = d_0(1 - \varepsilon \cdot \cos \omega t).$$

Calcule a diferença de caminhos ópticos como uma função do tempo e discuta que relação entre as grandezas físicas envolvidas no problema deve ser satisfeita para que se observe ao menos uma interferência completamente construtiva e uma completamente destrutiva. Deixe sua resposta em função de  $\varepsilon$ ,  $d_0$  e o comprimento de onda  $\lambda$  do laser utilizado.

Suponha que o período da onda é muito menos do que o tempo de propagação da luz pelos braços do interferômetro.

- b) Supondo que a fonte laser utilizada está na faixa do visível com  $\lambda = 400 \text{ nm}$  e que as perturbações do espaço-tempo são da ordem de  $\varepsilon = \delta d/d_0 = 10^{-21}$ , estime qual deve qual a ordem de grandeza esperada do comprimento óptico médio de cada braço do interferômetro para que a condição do item anterior seja satisfeita.

(obs: Graças às cavidades ópticas, é possível obter caminhos ópticos muito maiores que as dimensões físicas de cada braço!)

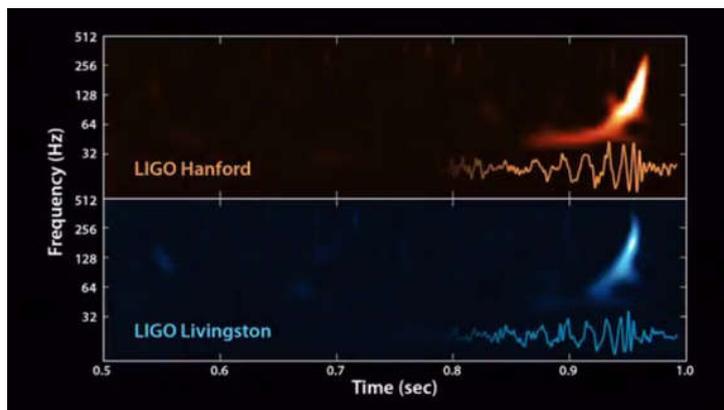
4. O tipo de fenômeno que gerou as ondas pode ser descoberto comparando o formato da onda gravitacional detectada com diferentes previsões teóricas disponíveis na literatura científica. Os cientistas do LIGO identificaram a assinatura de um colapso de um par de buracos negros de massas dada por  $36M_s$  e  $29M_s$  que, ao colidirem, formaram um buraco negro de  $62M_s$ . A onda detectada está associada ao momento da colisão dos buracos negros em que fortíssimas variações do campo gravitacional local geraram a onda observada na Terra. A duração da onda observada é de 0,2s. Estima-se que essa colisão de astros aconteceu há 1,3 bilhões de anos atrás.

**Dado:**

$$M_s \text{ (massa solar)} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

- a) Calcule a potência média da onda gravitacional gerada pela colisão do binário de buracos negros em Watts.
- b) Estime a intensidade da onda gravitacional detectada na superfície da Terra.
5. As frequências das ondas gravitacionais detectadas em 2015 pelo LIGO não são muito altas, pot vão ficando mais rápidas até que o sinal cessa. É possível ‘ouvir’ o sinal das ondas gravitacionais enviando o sinal detectado pelo LIGO a um alto-falante de som.



Considere um sistema binário de buracos negros similar ao que gerou as ondas gravitacionais detectadas pelo LIGO, cujas massas dos buracos negros são idênticas e iguais a  $30 M_s$ . Suponha ainda que lei da gravitação de Newton ainda seja válida para o sistema e que os buracos negros do binário orbitam circularmente o centro de massa do sistema.

- a) Calcule a frequência das ondas gravitacionais geradas por esse sistema utilizando mecânica clássica.
- b) Refaça o item anterior considerando a correção relativística na expressão da quantidade de movimento de um corpo.

**Dados:**

Distância entre os buracos negros =  $2 \cdot 10^5$  m;

Quantidade de movimento relativística:

$$P = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

Razão entre a frequência da onda gravitacional e a frequência de revolução do movimento orbital:

$$r = \frac{f_{OG}}{f_{orbital}} = 2.$$

6. Um fenômeno bem conhecido em astronomia é o desvio para o vermelho da luz emitida por estrelas. Em termos muito simples o desvio para o vermelho (também conhecido pelo termo inglês light redshift) corresponde a uma alteração na forma como a frequência das ondas de luz é observada no espectroscópio em função da velocidade relativa entre a fonte emissora e o receptor observador. Esse fenômeno foi fundamental para que se demonstrasse evidências experimentais da expansão do universo, descoberta feita por Hubble em 1929.
  - a) Considere uma estrela composta por hidrogênio. O maior comprimento de onda emitido por esse átomo da série de Balmer é de  $\lambda_0 = 656 \text{ nm}$ . Na luz de uma galáxia distante o comprimento de onda desta mesma linha espectral é  $\lambda = 1458 \text{ nm}$ . Determine a velocidade de afastamento da galáxia.
  - b) Determine, de forma qualitativa e quantitativa, como o movimento relativo entre a Terra e o binário de buracos negros fonte de ondas gravitacionais pode influenciar nas medidas do LIGO.

**Gabarito:**

1. D
2. E
3. a)  $\varepsilon d_0 > \lambda/8$  b)  $d_0 > 4.10^{14}m$
4. a)  $P = 2,7.10^{48}W$  b)  $I = 1,4mW/m^2$
5. a)  $f_{clas} = 318Hz$  b)  $f_{rel} = 306Hz$
6. a)  $v = 2.10^8m/s$   
b) O sinal detectado sofre desvio para baixas frequências devido ao efeito Doppler.

## Física em nível olímpico

O autor desse material também é autor do livro “Física em nível olímpico”. Esse livro consiste de uma coletânea de 85 desafios de Física escolhidos a dedo, destinados para a preparação de estudantes para olimpíadas Física e um aprofundamento mais ousado para IME/ITA. TODOS os problemas propostos vêm acompanhados de dicas e soluções.

Mais informações sobre o livro e também instruções de como adquiri-lo encontram-se no site [www.ivanguilhon.com.br](http://www.ivanguilhon.com.br) . Lá você pode baixar uma amostra grátis do livro e fazer pedidos de entrega.

Curta também a página do livro no facebook:  
[www.facebook.com/nivel.olimpico](http://www.facebook.com/nivel.olimpico)

Email de contato: [nivel.olimpico@gmail.com](mailto:nivel.olimpico@gmail.com)

